

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА  
ПО КОНКУРСНОЙ ГРУППЕ «ФФФ КТФ ФИЗИКА И АСТРОНОМИЯ»  
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В АСПИРАНТУРУ**

**Вопросы по выпускной квалификационной работе (магистратура или специалитет)**

1. Основные положения.
2. Новизна.
3. Актуальность.

**Теория поля**

1. Свойства пространства и времени. Законы сохранения. Принцип относительности. Проблема синхронизации часов в различных точках пространства. Принцип относительности. Преобразование Лоренца. Существование предельной скорости распространения сигналов. Принцип относительности Пуанкаре-Эйнштейна. Релятивистское сложение скоростей света.
2. Сравнение хода часов в системах координат, движущихся относительно друг друга. Релятивистское изменение длины движущихся масштабов и промежутков времени. Прецессия Томаса.
3. Интервал как мера расстояния в пространстве Минковского. Геометрическая интерпретация преобразований Лоренца. Три типа интервалов. Причинно-связанные события.
4. Математический аппарат теории относительности. Свойства векторов и тензоров. Скалярное произведение. Признак вектора. 4-векторы скорости и ускорения. Матричный тензор. Четырехмерный объем.
5. Принцип соответствия. Уравнения механики. 4-вектор силы. 4-вектор импульса. Дефект массы для составных систем. Ультрарелятивистское движение. Частица с нулевой массой.
6. Эффективная масса системы. Система центра инерции. Распады частиц, пороги реакций.
7. Принцип наименьшего действия. Функция Лагранжа и Гамильтона для свободной частицы.
8. Опытные факты, лежащие в основе уравнений Максвелла. Свойства симметрии уравнений Максвелла относительно пространственного отражения и обращения времени. Скалярный и векторный потенциалы. Градиентная (калибровочная) инвариантность. Условие Лоренца. Уравнение для потенциалов и их релятивистская ковариантность.
9. Принцип наименьшего действия и функция Лагранжа для движения заряженной частицы в векторном поле. Обобщенный импульс. Вывод первой пары уравнений Максвелла и выражения для силы Лоренца. Функция Гамильтона для заряженной частицы в электромагнитном поле.
10. Тензор электромагнитного поля. Дуальный тензор. Релятивистская ковариантная запись уравнений Максвелла и уравнения движения заряженной частицы в электромагнитном поле. Преобразование полей. Инварианты поля и их следствия. Движение заряженной частицы в магнитном поле и в перпендикулярных друг другу электрическом и магнитном полях.
11. Поле как механическая система с бесконечным числом степеней свободы. Действие и функция Лагранжа для электромагнитного поля. Вывод второй пары уравнений Максвелла.
12. Энергия и импульс электромагнитного поля. Плотность потока энергии. Вектор Умова-Пойнтинга. Тензор напряжений. Единственность решений уравнений Максвелла.

13. Электростатика. Поле системы неподвижных зарядов на больших расстояниях от нее. Поле диполя и квадруполь. Система зарядов во внешнем поле: энергия диполя и квадруполь в электрическом поле. Энергия взаимодействия двух диполей.
14. Магнитное поле системы постоянных токов. Усреднение движения точечных зарядов по времени. Магнитный момент. Поле магнитного диполя. Гиромагнитное отношение. Энергия магнитного диполя во внешнем магнитном поле и момент сил, действующих на него. Прецессия магнитного момента во внешнем поле. Теорема Лармора.
15. Движение в слабопеременных и слабо неоднородных магнитных полях. Адиабатический инвариант. Магнитные зеркала и примеры осуществления их в природе и технике. Дрейф частицы в неоднородном магнитном поле.
16. Свободное электромагнитное поле в вакууме. Плоские электромагнитные волны и их поляризация. Волновой вектор.
17. Запаздывающие потенциалы. Дипольное приближение, его физический смысл и запись в различных формах. Квазистационарная и волновая зоны. Угловое распределение и поляризация дипольного излучения.
18. Синхротронное излучение в ультррелятивистском случае (полная интенсивность и угловое распределение). Длина когерентности. Распределение по частоте (качественно).
19. Квадрупольное и магнитно-дипольное излучение.
20. Реакция излучения. Сила радиационного трения. Естественная (классическая) ширина спектральной линии.
21. Рассеяние света на связанном и свободном электронах. Поляризация рассеянного света. Формула Томсона.
22. Пределы применимости классической теории поля на малых расстояниях и в сильных полях.

### **Квантовая механика**

1. Математический аппарат квантовой механики. Вектор состояния. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Линейные операторы. Матрицы. Произведение операторов. Эрмитовски сопряженные операторы. Унитарные операторы. Собственные векторы и собственные значения операторов. Свойства эрмитовых операторов. Физические (наблюдаемые) величины и предъявляемые им требования. Соответствие между физическими величинами и эрмитовыми операторами.
2. Основные постулаты квантовой механики и их следствия. Представление вектора состояния системы в виде разложения по собственным состояниям физической величины и статистическая интерпретация коэффициентов разложения (амплитуд вероятности). Среднее значение физической величины. Дисперсия. Конфигурационное (координатное) представление. Волновая функция. Эволюция вектора состояния со временем. Аналогия между классической механикой и геометрической оптикой. Принцип соответствия. Гамильтониан системы и оператор обобщенного импульса частицы.
3. Теория представлений. Необходимое и достаточное условие одновременной измеримости двух физических величин. Полный набор физических величин. Коммутатор и его свойства. Соотношение неопределенностей. Временное уравнение Шредингера. Обратимость повremени. Уравнение непрерывности. Плотность потока вероятности.
4. Стационарные состояния и их свойства. Оператор эволюции для системы с независимым от времени гамильтонианом. Представление Гейзенберга. Представление взаимодействия.
5. Общие свойства одномерного движения. Классическая и неклассическая области движения. Прохождение и отражение волн. Туннельный переход и надбарьерное

- отражение. Дискретные уровни энергии и связанные состояния. Нулевая энергия. Квазистационарные состояния. Осциллятор. Когерентные состояния осциллятора. Движение в периодическом поле. Теорема Блоха.
6. Оператор производной физической величины по времени. Теоремы Эренфеста. Коммутаторы физических величин искобки Пуассона. Альтернативная форма принципа соответствия. Квантовая механика в представлении Гайзенберга.
  7. Симметрия гамильтониана и законы сохранения. Непрерывные преобразования (трансляция и повороты) и связь их с операторами импульса и момента импульса. Дискретные преобразования (отражение, перестановка одинаковых частиц и др.). Сохранение величин, не имеющих аналогов в классической механике. Четность.
  8. Момент импульса. Коммутатор между компонентами момента и произвольного вектора. Собственные векторы и собственные значения квадрата момента и одной из его проекций. Операторы квадрата орбитального момента и его проекции на ось  $z$  в конфигурационном представлении. Сферические функции.
  9. Спин как внутренняя переменная, отвечающая внутренним степеням частицы. Матрицы Паули. Оператор вращения для частицы со спином  $\frac{1}{2}$  на конечный угол. Кватернионы. Уравнение Паули. Градиентная инвариантность.
  10. Задача двух тел. Движение в центральном поле. Полный набор измеряемых величин. Радиальное уравнение. Центробежный потенциал и следствия его существования. Атом водорода и водородоподобные атомы. Атомные единицы. Волновые функции и спектр энергии. Кулоновское вырождение уровней энергии.
  11. Квазиклассическое приближение и необходимые условия его применимости, отражение волны от потенциального барьера, фаза отражения, сшивка возле точек поворота. Правило квантования Бора--Зоммерфельда, плотность энергетического спектра связанных состояний, нормировка волновой функции, малое возмущение и сдвиг уровня, связанного состояния, туннельный эффект, коэффициент прохождения.
  12. Стационарная теория возмущений, рекуррентные формулы для поправок к энергии и к состояниям, критерий применимости теории возмущений, вырожденный случай и правильные волновые функции нулевого приближения, секулярное уравнение.
  13. Теория возмущений в нестационарном случае, представление взаимодействия. Переходы в непрерывном спектре, «золотое правило Ферми» для плотности вероятности перехода в единицу времени.
  14. Задача о сложении моментов в квантовой механике, базис состояний и квантовые числа суммарного момента, допустимые значения проекции и модуля суммы моментов, коэффициенты Клебша-Гордана, число состояний.
  15. Закон преобразования неприводимых тензорных операторов с заданным моментом и его проекцией в стандартном представлении, коммутационные соотношения с моментом, общий вид неприводимого тензорного оператора и теорема Вигнера-Экарта, правила отбора для матричных элементов тензорных операторов и запрет 0-0 перехода.
  16. Уравнение Дирака, релятивистский закон дисперсии, нерелятивистский предел, матрицы Дирака и их алгебра. Вывод уравнения Паули: спиноры Паули, магнитный момент электрона и фактор Ланде. Релятивистские поправки в случае движения в статическом потенциале, природа кинетической поправки, спин-орбитального взаимодействия и дарвиновского члена, учет томасовского вращения спина при неинерциальном движении, локализация электрона и область применимости нерелятивистского приближения, комптоновская длина, релятивистские поправки как возмущение в атоме водорода, квантовые числа электрона и формула для поправки к энергии, снятие вырождения по полному моменту и остаточное вырождение по орбитальному моменту.
  17. Потенциал в атоме гелия и сохранение суммарного орбитального момента, статистика Ферми для электронов с учетом спина: орто- и парагелий, потенциал ведущего

приближения, обменное взаимодействие и отталкивание электронов, теорема об отрицательной разности энергии связи триплета и синглета, приближение факторизации и уравнения Хартри, обобщение с учетом обменного члена, метод Хартри-Фока, самосогласованное поле, сведение задачи к одноэлектронной: конфигурация электронов, диагональность поправки по полному орбитальному моменту и обменный вклад: термы, величина релятивистских поправок и электронные J-термы.

18. Сложный атом. Факторизация волновой функции для электронов в самосогласованном центрально-симметричном поле, статистика Ферми и определитель Слетера, квантовые числа заполненной оболочки, иерархия термов, первое правила Хунда.
19. Атом во внешнем поле. Взаимодействие атома с постоянным магнитным полем, магнитный момент электронов, наведенный диамагнитный вклад, масштаб сильного и слабого магнитных полей, эффект Зеемана, применение теоремы Вигнера-Экарта для матричного элемента полного спина, фактор Ланде для терма, снятие вырождения, диамагнетизм атомов с заполненными оболочками, явление парамагнетизма Ван-Флека для терма с  $J=0$ , расщепление терма в сильном магнитном поле, эффект Пашена-Бака, остаточное вырождение.
20. Квантование свободного электромагнитного поля, система единиц Хевисайда, операторы рождения и уничтожения квантов, релятивистски ковариантная нормировка состояний в фоковском пространстве. Квантовые переходы между уровнями атома в электрическом дипольном приближении, вид возмущения, матричный элемент перехода в нестационарной теории возмущений, усреднение по поляризациям начального состояния атома, сумма по поляризациям фотона, угловое распределение спонтанного излучения в дипольном приближении, интенсивность излучения, дипольная формула и принцип соответствия, характерные частоты, ширины и времена жизни, правила отбора по полному моменту, спину, орбитальному моменту и четности в общем случае, серии Лаймана и Бальмера в атоме водорода, интенсивность вынужденного излучения и ее пропорциональность числу квантов поля.
21. Задача о рассеянии. Асимптотические состояния в задаче рассеяния, S-матрица и определение дифференциального сечения рассеяния, функция Грина стационарного уравнения Шредингера, разложение функции Грина по базису стационарных состояний, функция Грина свободной частицы, интегральное уравнение Липпманна-Швингера в стационарной задаче рассеяния, короткодействующие потенциалы и асимптотическое поведение волновой функции на больших расстояниях, падающий и рассеянный потоки вероятности, амплитуда рассеяния в борновском приближении и условие его применимости для медленных и быстрых частиц.
22. Фазовая теория рассеяния. Движение частицы в сферических координатах в области с нулевым потенциалом, сохранение потока вероятности на бесконечности при упругом рассеянии и фазовые сдвиги, разложение волны де Бройля по парциальным волнам, парциальные амплитуды рассеяния и их связь с фазовыми сдвигами, парциальные сечения и оптическая теорема, интегральное представление для парциальных амплитуд, борновское приближение для сдвига фаз, зависимость фаз рассеяния от энергии, постоянное сечение для медленных частиц, длина рассеяния, вклад парциальных волн для быстрых частиц, свойства симметрии по перестановкам для тождественных частиц при потенциальном рассеянии и выражение для сечения, о неупругих столкновениях: полное сечение неупругих каналов и оптическая теорема для полного сечения рассеяния.

## **Статистическая физика**

1. Замкнутые системы. Термодинамические величины. Температура. Термодинамическое равновесие. Энтропия. Неравновесная энтропия и второй закон термодинамики. Термодинамические тождества. Принцип минимальности термодинамических потенциалов. Термодинамические потенциалы в магнитном поле. Термодинамические флуктуации.
2. Макроскопические системы. Средние значения. Эргодическая гипотеза. Статистическая независимость и закон больших чисел. Термодинамический предел. Число состояний, плотность числа состояний. Статистическая энтропия Больцмана. Функция распределения и матрица плотности. Уравнение Лиувилля. Распределение Гиббса (канонический ансамбль). Эквивалентность канонического и микроканонического распределений в термодинамическом пределе. Флуктуации энергии из распределения Гиббса. Статистическая сумма. Энтропия Гиббса. Неравновесная (информационная) энтропия по Больцману и по Гиббсу. О законе возрастания энтропии как законе потери информации. Теорема Нернста.
3. Идеальный больцмановский газ и вычисление его термодинамических величин.
4. Идеальные квантовые газы. Большой канонический ансамбль. Идеальный ферми-газ. Химический потенциал, давление и теплоемкость электронов в металле. Парамагнетизм Паули. Диамагнетизм Ландау. Идеальный бозе-газ. Бозе-конденсация. Термодинамические величины. Химический потенциал, давление и теплоемкость черного излучения и твердого тела.
5. Теория фазовых переходов второго рода Ландау в применении к ферромагнетику и сверхпроводнику. Термодинамика фазовых переходов первого рода. Зародыши.
6. Микроскопическая теория ферромагнетизма в приближении самосогласованного поля.
7. Микроскопическая теория сверхтекучести неидеального бозе-газа. Элементарные возбуждения Боголюбова. Критерий сверхтекучести Ландау. Функция сверхтекучего состояния Хуанга.
8. Уравнение Гросса-Питаевского сверхтекучего состояния. Основное состояние в ловушке. ``Гидродинамические уравнения`` сверхтекучего бозе-газа и элементарные возбуждения.
9. Микроскопическая теория сверхпроводимости БКШ. Сверхпроводимость в магнитном поле. Эффект Мейсснера. Сверхпроводники второго рода. Вихри Абрикосова. Квантование магнитного потока. Эффект Джозефсона.
10. Коллективные возбуждения. Теория плазменных колебаний в металле и горячей плазме. Спиновые волны в приближении самосогласованного поля. Экситоны Френкеля и Мотта. Поляроны и спиновые поляроны.

## **Физическая кинетика**

1. Термодинамика необратимых процессов.
2. Кинетика электронов. Кинетическое уравнение Больцмана для электронов в металле. Электропроводность, эффект Холла, теплопроводность в  $\tau$ -приближении. Интеграл столкновений при рассеянии электронов металла на примесях и Н-теорема. Вычисление остаточного сопротивления. Интеграл столкновений при рассеянии электронов металла на фононах, роль процессов переброса и зависимость электросопротивления от температуры. Метод моментов.
3. Кинетика газов. Кинетическое уравнение Больцмана для одноатомных газов. Свойства интеграла столкновений. Вывод уравнений гидродинамики и уравнений переноса из уравнения Больцмана. Законы сохранения. Н-теорема. Равновесное и локально-равновесное распределение. Условие применимости гидродинамики. Теплопроводность и вязкость. Кинетика двухатомных газов в магнитном поле.

4. Кинетика фононов. Кинетическое уравнение для фононов. Теплопроводность в  $\tau$ -приближении. Ангармонизм и интеграл столкновений при взаимодействии фононов друг с другом. «Сверхтеплопроводность» и роль процессов переброса (парадокс Пайерлса).
5. Квантовая кинетика. Неравновесная матрица плотности. Квантовое уравнение Лиувилля. Теория линейного отклика Кубо. Запаздывающая, причинная и опережающая функции Грина. Вывод кинетического уравнения для электронов, рассеивающихся на примесях. Электронный парамагнитный резонанс. Уравнения Блоха. Зависимость поглощения магнитной энергии от частоты. Спиновое эхо. Квантовый эффект Холла и эффект Шубникова.
6. Кинетика зародышеобразования. Броуновское движение. Метод случайной силы Ланжевена. Уравнение Фоккера-Планка. Фазовые переходы первого рода и зародыши новой фазы. Кинетика образования зародышей в чистом веществе и пересыщенном растворе. Теория коалесценции зародышей в растворе.
7. Неупорядоченные среды. Классическая теория протекания. Квантовая теория протекания. Критерий локализации Андерсона. Прыжковая проводимость Мотта. Диссипативные структуры.

### Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. - М.: Наука, 1973.
2. Джексон Дж. Классическая электродинамика. - М.: Мир, 1965.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. - М.: Наука, 1989.
4. Белоусов Ю.М. Курс квантовой механики. - М.: МФТИ, 2006.
5. Киселев В.В. Квантовая механика. Курс лекций. - М.: МЦНМО, 2009.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. 1. - М.: Наука, 1995.
7. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика. Ч. 2. - М.: Наука, 1978.
8. Максимов Л.А., Михеенков А.В., Полищук И.Я. Лекции по статистической физике: учеб. пособие. - М.: МФТИ, 2011.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. - М.: Наука, 2001.
10. Балеску Р. Равновесная и неравновесная статистическая механика. - М.: Мир, 1978.
11. Максимов Л.А., Полищук И.Я. Лекции по физической кинетике: учеб. пособие. - М.: МФТИ, 2007.