

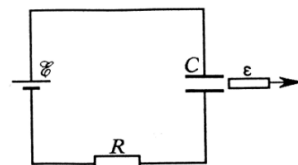
январь 2017 г.

1. Однородный стержень длиной  $L$  подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси  $A$ . Кусочек пластилина массой  $m$  летит горизонтально перпендикулярно оси  $A$  и прилипает к нижнему концу. Определить скорость  $v$  кусочка пластилина, если известно, что максимальный угол, на который отклонился стержень, равен  $60^\circ$ . Масса стержня  $M = 6m$ .



2. В закрытом сосуде объемом  $V$  находятся азот и гелий при температуре  $T$  и давлении  $P$ . Массы газов равны. Молярные массы гелия и азота равны, соответственно,  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . Какое количество теплоты надо сообщить смеси газов, чтобы нагреть ее на  $\Delta T$ ?

3. Из конденсатора быстро извлекают пластину с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , так что ёмкость скачкообразно меняется до значения  $C$ . Найдите зависимость тока в цепи от времени  $I = I(t)$ . Диэлектрик заполняет весь объём конденсатора. Полное омическое сопротивление цепи равно  $R$ , ЭДС источника равна  $\mathcal{E}$ .



4. На дифракционную решётку нормально падает пучок света от газоразрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию (найти длину волны) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ( $\lambda_1 = 670$  нм) спектра второго порядка?

5. Фотон с длиной волны  $\lambda = 2,21 \cdot 10^{-12}$  м после рассеяния на электроне движется в прямо противоположном направлении. При каком отношении скорости света к начальной скорости электрона частота фотона при рассеянии не изменится? Масса электрона  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг, постоянная Планка  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Указание: скорость электрона релятивистская.

## Решение

1. Из закона сохранения момента импульса:  $I\omega = mvL$ .

Здесь  $I = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = 3mL^2$ . Следовательно,  $\omega = \frac{v}{3L}$ .

Из закона сохранения энергии:

$$\begin{aligned} I \frac{\omega^2}{2} &= Mg \frac{L}{2} (1 - \cos\varphi_{max}) + mgL(1 - \cos\varphi_{max}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3mL^2 \left(\frac{v}{3L}\right)^2 = 8mgL(1 - \cos\varphi_{max}) = 4mgL \end{aligned}$$

Ответ:  $v = 2\sqrt{3gL}$ .

2. Для гелия  $C_{1V} = \frac{3}{2}R$ . Для азота  $C_{2V} = \frac{5}{2}R$ .

$$Q = \frac{m}{\mu_1} C_{1V} \Delta T + \frac{m}{\mu_2} C_{2V} \Delta T. \quad PV = \left(\frac{m}{\mu_1} + \frac{m}{\mu_2}\right) RT$$

Из данных соотношений получаем:  $Q = \frac{3\mu_2 + 5\mu_1}{\mu_2 + \mu_1} \frac{PV}{2T} \Delta T$ .

3. До извлечения пластины заряд на конденсаторе равен  $q = \varepsilon \varepsilon C$ .

После извлечения пластины зависимость  $q$  от времени  $t$  описывается уравнением:  $\varepsilon = IR + q/C$  с начальными условиями  $q(t=0) = \varepsilon \varepsilon C$ , так как заряд конденсатора сразу после извлечения пластины не изменяется.

$$\text{Ток в цепи: } I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{q}{CR} = \frac{\varepsilon}{R}. \quad (1)$$

Интегрируя уравнение (1), получим:  $q = \varepsilon C + \varepsilon C(\varepsilon - 1) \exp(-t/RC)$ .

Ответ:  $I = -(\varepsilon/R)(\varepsilon - 1) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$ .

4.  $d\sin\varphi = 2\lambda_1$  и  $d\sin\varphi = 3\lambda_2$ .

Следовательно,  $\lambda_2 = \frac{2}{3}\lambda_1 \approx 447$  нм.

5. Из закона сохранения энергии:  $E_\phi + E_e = E'_\phi + E'_e \Rightarrow E_e = E'_e$ , поскольку энергия фотона не изменилась. Ясно, что и импульс электрона по модулю останется прежним.

Из закона сохранения импульса:  $p_\phi - p_e = -p'_\phi + p'_e$ .

Следовательно,  $p_\phi = p_e$ .

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \text{ отсюда } \frac{c}{v} = \sqrt{1 + \left(\frac{mc\lambda}{h}\right)^2} \approx \sqrt{1,83} \approx 1,35.$$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

<b>1</b>	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
<b>0,8</b>	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
<b>0,5</b>	Задача не решена или решена частично, но все необходимые для решения физические законы сформулированы и корректно применены к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
<b>0,2</b>	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
<b>0</b>	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.

Экзамен для переводников и восстанавливающихся на шестой и последующие  
семестры

январь 2018 г.

1. Найти скорость центра масс сплошного однородного цилиндра, который скатывается с нулевой начальной скоростью с наклонной плоскости без проскальзывания, к моменту, когда положение центра масс цилиндра по вертикали уменьшается на  $H$ . Наклонная плоскость плавно переходит на горизонтальную поверхность.

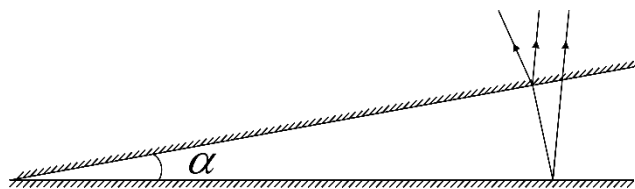
2. Уксусная кислота при атмосферном давлении плавится при температуре  $t=16,6^{\circ}\text{C}$ . Разность удельных объёмов жидкой и твердой фаз:

$v_{жс}-v_m=0,16\text{см}^3/\text{г}$ . При изменении давления на  $\Delta P=40$  атм, температура плавления изменяется на  $\Delta T=1\text{К}$ . Найти  $q$  – удельную теплоту плавления.

3. Объемная плотность электрической энергии внутри заряженного плоского конденсатора равна  $w$ . Конденсатор заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Найти поверхностную плотность заряда на пластинах конденсатора  $\sigma$ . Краевыми эффектами пренебречь.

4. Наблюдаются интерференционные полосы при отражении квазимонохроматического света с длиной волны

$\lambda=500\text{нм}$  от двух граней клиновидного зазора между двумя плоскопараллельными пластинками.



Угол при вершине клина  $\alpha=0,003$  рад. Полосы размылись на расстоянии  $l=8\text{см}$  от вершины. Оценить ширину спектра  $\Delta\lambda$  излучения источника.

5. В однородном магнитном поле с индукцией  $B$  нерелятивистские протоны движутся по окружности радиуса  $R$ . Найти дебройлевскую длину волны протонов.

## Решение

$$1. \quad mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad (1)$$

$$V = \omega R \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } V^2 \left( m + \frac{I}{R^2} \right) = 2mgH \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{I}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \frac{mR^2/2}{mR^2}}} = \sqrt{\frac{4gH}{3}}.$$

$$2. \quad T = 273,15 + 16,6 \approx 290\text{K}.$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_{\text{ж}} - v_{\text{т}})}; \quad \frac{\Delta P}{\Delta T} \approx \frac{q}{T(v_{\text{ж}} - v_{\text{т}})}.$$

$$q = T(v_{\text{ж}} - v_{\text{т}}) \frac{\Delta P}{\Delta T} = 185,6 \frac{\text{Дж}}{\text{г}}.$$

3. Объемная плотность электрической энергии в конденсаторе:

$$w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \quad (1)$$

По теореме Гаусса:

$$D = 4\pi\sigma. \quad (2)$$

$$\text{Из (1), (2): } \sigma = \sqrt{\frac{w\varepsilon}{2\pi}}. \quad (\text{СИ: } \sigma = \sqrt{2\varepsilon\varepsilon_0 w}).$$

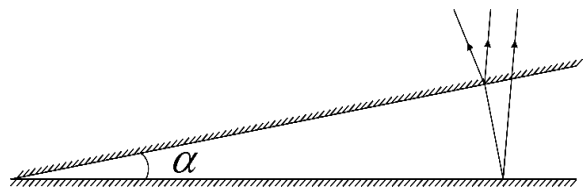
4. Максимальная разность хода:

$$\Delta_{\text{max}} = 2\alpha l \quad (1)$$

$$\Delta_{\text{max}} = l_{\text{ког}} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (2)$$

Из (1), (2):

$$2\alpha l = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}; \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\alpha l} = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{см} = 5,2 \text{ \AA} = 0,52 \text{ нм}.$$



5. Для движения по окружности:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{evB}{c} \Rightarrow p = mv = \frac{ReB}{c} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{ReB}. \quad (\text{СИ: } \lambda = \frac{h}{ReB}).$$

## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

1	Задача решена верно: приведено <i>обоснованное</i> решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
0,8	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на <i>все</i> вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
0,5	Задача не решена или решена частично, но <i>все</i> необходимые для решения физические законы сформулированы и <i>корректно применены</i> к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
0,2	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
0	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГАОУ ВО «МФТИ (ГУ)»

Экзамен для переводников и восстанавливающихся на седьмой и последующие семестры

июль 2017 г.

1. С яхты, идущей со скоростью  $V_0 = 18$  км/ч, роняют в воду жемчужину массой  $m = 1$  г. Как далеко по горизонтали окажется жемчужина на дне океана, если при её движении сила сопротивления  $\vec{F} = -\beta\vec{V}$ ;  $\beta = 10^{-4}$  кг/с?
2. Написать выражение для среднего числа  $dN_\varepsilon$  молекул газа, поступательная кинетическая энергия которых лежит между  $\varepsilon$  и  $\varepsilon+d\varepsilon$ . Газ находится в сосуде при температуре  $T$ , полное число молекул газа  $N$ .
3. Две бесконечные плоскопараллельные металлические пластинки помещены в вакууме параллельно друг другу. Полный заряд на единицу площади (т.е. сумма зарядов на обеих поверхностях пластинки) равен  $q_1$  для первой пластинки и  $q_2$  для второй. Найти поверхностные плотности электрических зарядов на пластинках.
4. Свет от газоразрядной трубки, диаметр которой  $D = 0,1$  см, падает на дифракционную решётку. Оценить, на каком минимальном расстоянии  $L_{\min}$  от трубки нужно расположить решётку, чтобы можно было разрешить две спектральные линии с расстоянием между ними  $\delta\lambda = 5$  нм при  $\lambda = 500$  нм.
5. Найти скорость электронов  $V$ , падающих нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, если на экране, отстоящем от диафрагмы на  $l = 75$  см, расстояние между соседними максимумами  $\Delta x = 7,5$  мкм. Расстояние между щелями  $d = 25$  мкм.

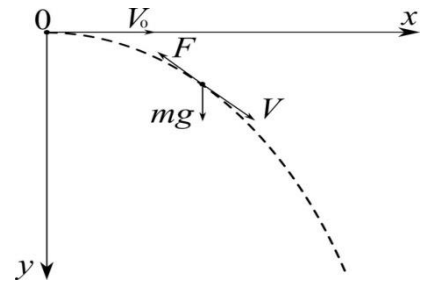
## Решение

$$1. \quad m \frac{dV_x}{dt} = -\beta V_x; \quad \int_{V_0}^{V_x} \frac{dV_x}{V_x} = -\frac{\beta}{m} \int_0^t dt; \quad \ln \frac{V_x}{V_0} = -\frac{\beta}{m} t$$

$$V_x = V_0 e^{-\frac{\beta t}{m}}$$

$$x = \int_0^t V_x dt = V_0 \int_0^t e^{-\frac{\beta t}{m}} dt = \frac{V_0 m}{\beta} (1 - e^{-\frac{\beta t}{m}}).$$

При  $t \rightarrow \infty$ :  $x \rightarrow x_{\max} = \frac{V_0 m}{\beta} = 50 \text{ м.}$



$$2. \quad v = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}; \quad dv = \frac{d\varepsilon}{\sqrt{2m\varepsilon}} \cdot \frac{dN_\varepsilon}{N} = \frac{dN_\varepsilon}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \times$$

$$\times \frac{2\varepsilon}{m} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot \frac{d\varepsilon}{\sqrt{2m\varepsilon}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}(kT)^{3/2}} \sqrt{\varepsilon} \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{kT}} \cdot d\varepsilon$$

3. 1) Т. к. поле в левой пластине равно нулю, то:

$$\begin{cases} \sigma'_1 - \sigma_1 - \sigma_2 - \sigma'_2 = 0 \\ \sigma'_1 + \sigma_1 = q_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma'_1 - \sigma_1 = q_2 \\ \sigma'_1 + \sigma_1 = q_1 \end{cases} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{q_1 - q_2}{2}; \quad \sigma'_1 = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

2) Т. к. поле в правой пластине равно нулю,

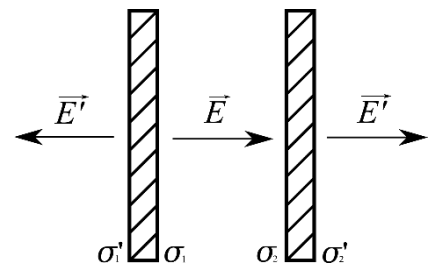
то:

$$\begin{cases} \sigma'_1 + \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma'_2 = 0 \\ \sigma'_2 + \sigma_2 = q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_2 - \sigma'_2 = -q_1 \\ \sigma'_2 + \sigma_2 = q_2 \end{cases}$$

↓

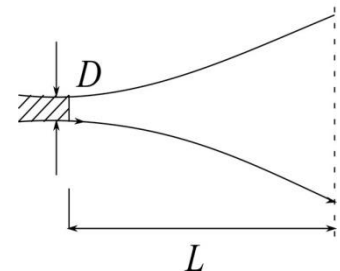
$$\sigma_2 = \frac{q_2 - q_1}{2}; \quad \sigma'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2};$$

Окончательно:  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \frac{q_1 - q_2}{2}; \quad \sigma'_1 = \sigma'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}.$



$$4. \quad \rho_{\text{кор}} = \frac{\lambda}{\psi} = \frac{\lambda}{D/L} = \frac{\lambda L}{D} \quad (\psi - \text{угловой размер трубки}).$$

$$\frac{\lambda}{\delta \lambda} \leq m_{\max} N = \frac{d \rho_{\text{эйä}}}{\lambda d} = \frac{\rho_{\text{эйä}}}{\lambda} = \frac{L}{D} \Rightarrow L_{\min} \approx D \frac{\lambda}{\delta \lambda} = 10 \text{ см.}$$



5. Расстояние между интерференционными полосами:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\psi} = \frac{\lambda}{d/l} = \frac{\lambda l}{d}, \quad (1)$$

где  $\psi$  – угол, под которым видны щели из центра экрана,  $\lambda$  – длина волны де Бройля. Предположим, что  $V \ll c$ , тогда:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mV} \quad (2)$$

Из (1), (2):  $\Delta x = \frac{hl}{mVd}$ ;  $V = \frac{hl}{md\Delta x} = 2,9 \cdot 10^8 \text{ см/с}$  (условие  $V \ll c$  выполняется).



## Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

<b>1</b>	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
<b>0,8</b>	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
<b>0,5</b>	Задача не решена или решена частично, но все необходимые для решения физические законы сформулированы и корректно применены к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
<b>0,2</b>	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
<b>0</b>	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.