

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ (ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПОСТУПАЮЩИХ НА АНГЛОЯЗЫЧНЫЕ МАГИСТРСКИЕ ПРОГРАММЫ)

Форма: устная с письменным заданием.

Продолжительность: 1 час.

Правила экзамена: при подготовке письменного задания разрешается использовать печатные учебники, статьи, печатные и электронные справочники. Во время устного ответа все источники, кроме собственноручно написанных, запрещены. Все интерактивные источники строго запрещены, включая поисковые системы, чаты и другие.

А. Теоретические вопросы.

Пожалуйста опишите и объясните:

1. Геометрия. Как найти площадь фигур в общем виде? Приведите примеры для треугольника, круга, трапеции.
2. Теорема косинусов. Объясните и приведите примеры использования.
3. Тригонометрия. Объясните тригонометрические функции: \sin , \cos , tg . Опишите известные отношения между ними. Приведите примеры расчета.
4. Объясните обратные тригонометрические функции: \arcsin , \arccos , arctg . Приведите примеры расчета.
5. Что такое линейное матрично-векторное уравнение, как решаются матрично-векторные уравнения? Опишите известные прямые и итерационные методы решения матрично-векторных уравнений.
6. Что такое матричные операции? Объясните, как считаются матричные умножения, возведение матрицы в степень, обратная матрица, что такое единичная матрица и др.
7. Что такое производная? Как найти производные в аналитическом виде (примеры). Как найти производные вычислительным способом.
8. Цепное правило для нахождения производных. Объясните и приведите примеры.
9. Что такое интеграл? Как найти интегралы аналитическим способом (примеры). Как найти интегралы вычислительным способом.
10. Что такое комплексное число? Мнимая единица? Объясните операции с комплексными числами, сложение, умножение, комплексное сопряжение и др.
11. Что такое оптимизация? Объясните, как найти оптимум функции, приведите примеры методов.
12. Метод градиентного спуска, объясните, как он работает.
13. Что такое вероятность? Приведите примеры функций распределения вероятностей.
14. Как вычислительно оценить вероятность? Приведите примеры.

Письменное задание.

Объясните свое решение пошагово.

15. Найти частные производные функции $z = x \ln y + \frac{x}{y}$

16. Взять интеграл $\int \frac{1}{x^3} dx =$

17. Найти дифференциал функции $z = x \sin(y)$ в точке $P(-1; -\pi/2)$

18. Решите матричное уравнение $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

19. Поверните вектора $x_1 := \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $x_2 := \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ на 30° .

20. Вычислить производную $f'(x)$ логистической сигмоиды

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}.$$

Упростить ответ, используя $f(x)$.

Рекомендованная литература

1. M. P. Deisenroth, A. A. Faisal, C. S. Ong, Mathematics for Machine Learning \\\ To be published by Cambridge University Press. 2020, Available at <https://mml-book.github.io/>
2. G. Strang. Calculus \\\ MA: Wellesley College (1991). Available at <https://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/>