

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО
МАТЕМАТИКЕ И КОМБИНАТОРИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В
МАГИСТРАТУРУ ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ «ФПМИ МАТЕМАТИКА И
ИНФОРМАТИКА», «ФПМИ СОВРЕМЕННАЯ КОМБИНАТОРИКА» и «ФПМИ
ЦИФРОВАЯ ЭКОНОМИКА»**

Регламент проведения вступительного испытания

Вступительное испытание состоит из двух частей: решение письменных заданий по программе письменной части, продолжительностью 1,5 астрономических часа, и устной части по программе устной части.

Письменная часть, как правило, состоит из 6 заданий, первые 4-е из которых оцениваются в 3-и бала, последние два в 4 балла.

Во время проведения письменной части экзамена можно пользоваться следующими ресурсами, и только ими:

- искать любые вещи на www.wolframalpha.com,
- искать любые вещи на www.wikipedia.org,
- консоль системы компьютерной алгебры SymPy по адресу live.sympy.org,
- питоновская консоль по адресу www.python.org/shell.

Внимание! Если Вы посчитали ответ в какой-то задаче с помощью системы компьютерной алгебры, нужно обязательно пояснить, почему ответ такой (не ссылаясь на те справочные материалы, которыми пользовались). Компьютер в данном случае используется как источник подсказки, но написание полного решения – Ваша задача.

Устная часть предполагает:

1. обсуждение итогов выполнения письменных заданий;
2. ответ на устную часть (вопросов из программы экзамена для устной части).

Для подготовки на устную часть из программы предоставляется 0,5 астрономический час. Во время подготовки запрещено пользоваться телефоном, но разрешается использовать рукописные бумажные материалы.

Программа письменной части

1. Предел функции в точке. Критерий Коши. Определение сходимости по Гейне и эквивалентность определений.
2. Замечательные пределы.
3. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве. Равномерная непрерывность. Свойства функций, непрерывных в точке. Разрывы первого и второго рода.
4. Дифференцируемость функции в точке. Производная. Производные высших порядков.
5. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных.
6. Возрастание, убывание и экстремумы функций. Выпуклость и точки перегиба.
7. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа.

8. Формула Тэйлора и остаточный член в формуле Тэйлора.
9. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов с помощью правил Лопиталю.
10. Сходимость функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий и признаки равномерной сходимости.
11. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.
12. Степенные ряды. Сходимость степенного ряда.
13. Неопределенный интеграл и первообразная. Таблица интегралов.
14. Определенный интеграл (интеграл Римана). Интегральные суммы. Критерии интегрируемости по Риману. Вычисление площади под графиком функции. Интегральный критерий сходимости числового ряда.
15. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
16. Несобственные интегралы первого и второго рода.
17. Кратные интегралы. Переход от кратного интеграла к повторному.
18. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Переход к полярным координатам. Объем области в криволинейных координатах.
19. Непрерывность и дифференцируемость функции нескольких переменных.
20. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков.
21. Формула Тэйлора для функции нескольких переменных.
22. Линейные отображения и инвариантное подпространство.
23. Собственные значения и собственные векторы.
24. Жорданова нормальная форма оператора.
25. Ортогональные и унитарные операторы. Сопряженный оператор.
26. Неотрицательные и положительные операторы. Извлечение неотрицательного квадратного корня.

Литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. МЦНМО 2002.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А, Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. Любое из последних изданий.
3. Ильин В.А, Позняк Э.Г., Линейная алгебра, Физматлит 1999.
4. Кострикин А.И., Введение в алгебру Часть 2 "Линейная алгебра", Физматлит 2000.

Программа устной части

1. Множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Числовые множества.
2. Функции (инъективность, сюръективность, биективность). Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Мощность континуума.
3. Несчетность множества действительных чисел. Счетность множества рациональных чисел.
4. Натуральные числа. Делимость. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
5. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.

6. Признаки сходимости числовых последовательностей.
7. Число ϵ и различные способы его определения.
8. Числовые ряды и их сходимость. Критерий сходимости Коши.
9. Абсолютная и условная сходимости рядов. Признаки сходимости рядов.
10. Двойные и повторные ряды.
11. Линейное и аффинное пространства. Факторпространство.
12. Линейная зависимость, базис, размерность и координаты.
13. Прямая сумма линейных пространств.
14. Двойственное векторное пространство.
15. Матрицы, векторы и операции над ними. Определитель матрицы и способы его вычисления. Транспонирование. След матрицы.
16. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
17. Обратная матрица и ее свойства. Способы нахождения обратной матрицы.

Литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. МЦНМО 2002.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А, Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. Любое из последних изданий.
3. Ильин В.А, Позняк Э.Г., Линейная алгебра, Физматлит 1999.
4. Кострикин А.И., Введение в алгебру Часть 2 "Линейная алгебра", Физматлит 2000.
5. Виноградов И. М, Основы теории чисел, Москва-Ижевск: 2003