

ДЕМОВАРИАНТ

1. Однородный стержень длиной L подвешен за один конец и может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси A . Определить максимальный угол, на который отклонится стержень при попадании в него кусочка пластилина массой m . Считать, что он летит горизонтально, перпендикулярно оси A , со скоростью v и прилипает к нижнему концу стержня. Масса стержня $M = 9m$. Угол отклонения стержня меньше 90° .



2. Часть закрытого сосуда занимает вода при температуре $T=300$ К. Найти относительное изменение плотности насыщенного пара при увеличении температуры на 3 К. Удельная теплота испарения воды при этих условиях $\lambda = 2430$ Дж/г. Пар считать идеальным газом.
3. По шару радиусом R с диэлектрической проницаемостью ϵ равномерно по объёму распределён заряд Q . Найти напряжённость электрического поля на расстоянии $R/2$ от центра шара и энергию электростатического поля, создаваемого шаром.
4. Последовательно соединённые дроссель и резистор присоединены к источнику постоянного тока с ЭДС \mathcal{E} . Полное омическое сопротивление цепи равно R . Индуктивность дросселя, когда в него вставлен сердечник, равна L_1 . Индуктивность того же дросселя без железного сердечника равна L_2 . Вначале сердечник был вставлен. В момент времени $t = 0$, когда ток в цепи уже установился, очень быстро вынимают железный сердечник. Определить зависимость тока в цепи от времени t для $t > 0$.
5. На дифракционную решётку нормально падает пучок света от газоразрядной трубки, наполненной гелием. На какую линию (найти длину волны) в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda_1 = 670$ нм) спектра второго порядка.

Решение

1. Из закона сохранения момента импульса: $I\omega = mvL$.

$$\text{Здесь } I = \frac{ML^2}{3} + mL^2 = 4mL^2. \text{ Следовательно, } \omega = \frac{v}{4L}.$$

Из закона сохранения энергии:

$$\begin{aligned} I \frac{\omega^2}{2} &= Mg \frac{L}{2} (1 - \cos\varphi_{max}) + mgL(1 - \cos\varphi_{max}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4mL^2 \left(\frac{v}{4L}\right)^2 = 11mgL(1 - \cos\varphi_{max}). \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \cos\varphi_{max} = 1 - \frac{v^2}{44gL}.$$

2. Из уравнения Менделеева – Клапейрона: $P = \rho RT/\mu$.

$$\text{Следовательно } \Delta P = RT\Delta\rho/\mu + \rho R\Delta T/\mu \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + \frac{\Delta T}{T}.$$

$$\text{Из уравнения Клапейрона – Клаузиуса: } \frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{\lambda}{T(v_n - v_{жс})}.$$

Здесь $v_n = \frac{RT}{\mu P}$ – удельный объём пара.

Пренебрегая удельным объёмом жидкости $v_{жс}$ по сравнению с v_n , получим:

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{\lambda\mu P}{RT^2} \Rightarrow \frac{\Delta P}{P} = \frac{\lambda\mu}{RT} \left(\frac{\Delta T}{T}\right). \text{ Ответ: } \frac{\Delta\rho}{\rho} = \left(\frac{\lambda\mu}{RT} - 1\right) \frac{\Delta T}{T} = 0,17.$$

3. По теореме Гаусса внутри шара электрическая индукция $D = \frac{Q}{R^3} r$.

$$1) \text{ Так как } E = \frac{D}{\varepsilon}, \text{ то } E(R/2) = \frac{Q}{2\varepsilon R^2}.$$

$$2) \text{ Внутри шара: } W_{эл1} = \int_0^R \frac{E \cdot D}{8\pi} 4\pi r^2 \cdot dr = \frac{Q^2}{2\varepsilon R^6} \int_0^R r^4 dr = \frac{Q^2}{10\varepsilon R}.$$

$$\text{Вне шара: } W_{эл2} = \int_R^\infty \frac{E \cdot D}{8\pi} 4\pi r^2 \cdot dr = \frac{Q^2}{2} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{Q^2}{2R}$$

$$\text{Полная энергия: } W_{эл} = W_{эл1} + W_{эл2} = \frac{Q^2}{2R} \left(1 + \frac{1}{5\varepsilon}\right).$$

4. До извлечения сердечника из дросселя ток в цепи равен $I_1 = \frac{\varepsilon}{R}$.

После извлечения сердечника зависимость тока в цепи I от времени описывается законом Кирхгоффа: $\mathcal{E} = IR + L_2 \frac{dI}{dt}$ с начальными данными

$I(t=0) = I_2 = I_1 \frac{L_1}{L_2}$, так как сразу после извлечения сердечника магнитный

поток через сечение дросселя не меняется, и ток скачком возрастает от значения I_1 до I_2 (поток $L_1 I_1 = L_2 I_2 = \text{const}$). Интегрируя уравнение

$$\frac{dI}{dt} + I \frac{R}{L_2} = \frac{\varepsilon}{L_2}, \text{ получим: } I = \frac{\varepsilon}{R} \left[1 + \frac{L_1 - L_2}{L_2} \exp\left(-\frac{Rt}{L_2}\right) \right].$$

$d\sin\varphi = 2\lambda_1$ и $d\sin\varphi = 3\lambda_2$. Следовательно, $\lambda_2 = \frac{2}{3} \lambda_1 \approx 447 \text{ нм}$

Инструкция для проверяющих

За каждую задачу выставляется баллы согласно следующим критериям:

1	Задача решена верно: приведено обоснованное решение и даны ответы на все вопросы задачи. Возможно наличие арифметических ошибок, не влияющих на ход решения и не приводящих к ошибке в порядке величины.
0,8	Ход решения задачи в целом верен и получены ответы на все вопросы задачи, но решение содержит вычислительные или логические ошибки (арифметические ошибки, влияющие на порядок величины; ошибки в размерности; незначительные ошибки в выкладках; ошибка в знаке величины; отсутствуют необходимые промежуточные доказательства и т.п.)
0,5	Задача не решена или решена частично, но все необходимые для решения физические законы сформулированы и корректно применены к задаче. При этом есть исходная система уравнений, выкладки начаты, но не доведены до конца, либо содержат грубые ошибки.
0,2	Задача не решена, но есть некоторые подвижки в её решении: использованы физические законы, на основе которых задача может быть решена, однако допущены ошибки на этапе составления исходной системы.
0	Задача не решена: основные физические законы перечислены не полностью или использованы законы, не имеющие отношения к задаче; подход к решению принципиально неверен; решение задачи не соответствует условию; попытки решить задачу не было.

Оценка за работу равна удвоенной сумме баллов по всем задачам, округленной до ближайшего целого (десятибалльная система).

Итоговая оценка за письменную работу:

10, 9, 8 баллов – отлично,

7, 6, 5 баллов – хорошо,

4, 3 балла – удовлетворительно,

2, 1, 0 баллов – неудовлетворительно.