

## ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ

БИЛЕТ 2

ШИФР \_\_\_\_\_

Заполняется ответственным секретарём

## Часть 1

В этой части экзамена вам необходимо предоставить лишь ответы к задачам, решения записывать не нужно. Ответом является либо целое число, либо конечная десятичная дробь, например,  $-37$  или  $2,208$ .

1. Точки  $M$  и  $N$  лежат на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$ , и  $AM : MB = DN : NC = 2 : 5$ . Известно, что  $BC = 16$ ,  $MN = 11$ . Найдите  $AD$ .
2. Население города было равно 30 000. Через несколько лет оно увеличилось на  $\alpha\%$ , а через ещё несколько лет оно увеличилось на  $\alpha\%$  ещё раз. В результате население стало равно 33 075. Найдите  $\alpha$ .
3. Решите уравнение  $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ . В ответе запишите наибольший корень. Если наибольшего корня нет, то запишите 2021.
4. Найдите значение выражения  $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{1,5} + 1} \cdot \frac{15 + 3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$ .
5. Найдите наименьший корень уравнения  $\sqrt{2x+3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{7-x}$ . Если наименьшего корня нет, укажите в ответе 2021.
6. Два поезда одновременно выезжают из городов  $A$  и  $B$ , причём первый движется из  $A$  в  $B$ , а второй – из  $B$  в  $A$ . Они встречаются через 30 часов, а первый поезд приходит в  $B$  на 25 часов позже, чем второй поезд прибывает в  $A$ . Определите время, которое нужно более медленному поезду на всю поездку. Ответ выразите в часах.
7.  $\alpha$  и  $\beta$  – острые углы прямоугольного треугольника, и они удовлетворяют соотношению  $\sin 2\alpha = 1 + \sin(3\alpha - \beta)$ . Найдите наибольшее возможное значение  $\beta$ . Выразите ответ в градусах.

## Часть 2

В этой части экзамена вам необходимо записать решения задач. Задачи без решений не оцениваются.

8. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 1 280 и не делящихся на 17.
9. Точка  $A$  лежит на стороне  $QR$  треугольника  $PQR$ . Известно, что  $\angle APQ = \angle APR = \frac{\pi}{6}$ ;  $AP = 10\sqrt{3}$ ,  $AQ : AR = 2 : 5$ . Найдите площадь этого треугольника.
10. Решите уравнение  $2 \log_3^2 x = \log_3 x \cdot \log_3 (\sqrt{2x+1} - 1)$ .

## Часть 3

В этой части экзамена вам необходимо записать решения задач. Задачи без решений не оцениваются.

11. Квадрат вписан в равнобедренный треугольник таким образом, что две его вершины лежат на основании треугольника, а две другие – на боковых сторонах. Найдите сторону квадрата, если стороны треугольника равны 25, 25, 30.
12. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \frac{2}{x^2+3xy} + \frac{3}{y^2-xy} = \frac{25}{14}, \\ \frac{3}{x^2+3xy} - \frac{2}{y^2-xy} = -\frac{4}{7}. \end{cases}$$
13. Найдите все значения параметра  $a$  такие, что уравнение  $(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$  имеет ровно 3 действительных решения.